Associazione per l'Insegnamento della Fisica

Giochi di Anacleto 2007

Risultati sperimentali relativi alla prova In Laboratorio

La prova di laboratorio doveva essere effettuata realizzando, a partire da una matassa di poco più di 6 metri di filo di ferro (diam. 1,2 mm), una serie di triangoli equilateri aventi lato compreso tra 10 e 70 centimetri. Naturalmente occorreva realizzare il maggior numero possibile di triangoli con la quantità di filo che si aveva a disposizione e fare in modo che le dimensioni degli stessi fossero il più possibile diverse in modo da spaziare al massimo all'interno dell'intervallo di valori indicato. La soluzione che mi è sembrata più semplice e sbrigativa è stata costruire 6 triangoli con lato che, a partire da 10 cm, andasse ad aumentare di volta in volta di 10 cm. L'ultimo dei triangoli è risultato un po' più grande (lato 66 cm) perché era avanzata una certa quantità di filo e non c'era nessuna ragione per non utilizzare questa quantità aggiuntiva dato che il limite da non superare era 70 cm.

L'errore assoluto da considerare per la misura del lato dei triangoli, in questo caso, non è dato dalla sensibilità dello strumento (1 mm), ma deve tenere conto del fatto che gli spigoli del triangolo risultano sempre un po' arrotondati. Facendo una scelta forse un po' eccessiva, ma sicuramente entro limiti ragionevoli, ho deciso di stabilire come errore assoluto il valore di 5 mm.

Ho ottenuto così i seguenti triangoli:

Numero	Lato (cm)
1	$10,0 \pm 0,5$
2	$20,0 \pm 0,5$
3	$30,0 \pm 0,5$
4	$40,0 \pm 0,5$
5	$50,0 \pm 0,5$
6	$66,0 \pm 0,5$

Non ho prestato eccessiva cura nella realizzazione dei triangoli, risulta-

vano, a volte, leggermente irregolari, ma per una questione di tempo, per cercare di rimanere entro il limite previsto (2 ore), non mi sono soffermato particolarmente nel cercare la forma perfetta.
Mi è sembrato più utile impiegare il tempo per cercare di realizzare le misure dei tempi di oscillazione nella maniera più accurata possibile. Sempre tendendo conto del necessario compromesso tra tempo disponibile ed esigenze di completezza della misura, la scelta fatta è stata effettuare 10 misure ripetute di 10 oscillazioni per ciascuno dei 6 triangoli. In questa maniera l'errore casuale, dovuto alla difficoltà di azionare il cronometro manuale in sincronia con le oscillazioni osservate, poteva essere ridotto di un fattore 10. Ripetendo la prova per 10 volte era possibile accumulare una statistica di risultati che avrebbe consentito l'uso dello scarto quadratico medio per una migliore stima dell'errore assoluto. Nonostante questo ho deciso di adottare una stima dell'errore più grossolana, quella che si ottiene calcolando l'errore massimo (semi-dispersione), per rimanere più aderente al programma svolto nel biennio. Ho utilizzato le seguenti formule:

$$\begin{aligned}
t_m &= \frac{t_1 + ... + t_{10}}{10} \\
T &= \frac{t_m}{10} \\
E_A(t_m) &= \frac{t_{max} - t_{min}}{2} \\
E_A(T) &= \frac{E_A(t_m)}{10} \\
E_R(T) &= \frac{E_A(T)}{T} \\
E_R(T^2) &= 2 \cdot E_R(T) \\
E_A(T^2) &= E_R(T^2) \cdot T^2
\end{aligned}$$

per calcolare il valore medio della durata di 10 oscillazioni, il periodo, gli errori assoluto e relativo del periodo, il quadrato del periodo e gli errori relativo e assoluto del quadrato del periodo. Nelle seguenti tabelle sono elencati, oltre ai suddetti valori, anche tutte le misure effettuate del tempo necessario per far compiere ai sei triangoli 10 oscillazioni complete

Triangolo 1	
a (m)	0,100
N prova	t(s)
1	6,00
2	5,97
3	5,91
4	6,00
5	5,97
6	5,94
7	5,94
8	5,81
9	6,00
10	5,94
t_m (s)	5,95
T (s)	0,595
T^2 (s^2)	0,35
$E_A(T)$ (s)	0,009
$E_R(T)$	0,02
$E_R(T^2)$	0,03
$E_A(T^2)$ (s^2)	0,01

Triangolo 2	
a (m)	0,200
N prova	t(s)
1	8,37
2	8,50
3	8,41
4	8,47
5	8,44
6	8,41
7	8,43
8	8,56
9	8,44
10	8,41
t_m (s)	8,44
T (s)	0,84
T^2 (s^2)	0,71
$E_A(T)$ (s)	0,01
$E_R(T)$	0,01
$E_R(T^2)$	0,02
$E_A(T^2)$ (s^2)	0,02

Triangolo 3	
a (m)	0,300
N prova	t(s)
1	10,44
2	10,37
3	10,47
4	10,44
5	10,40
6	10,34
7	10,31
8	10,31
9	10,38
10	10,44
t_m (s)	10,39
T (s)	1,039
T^2 (s^2)	1,08
$E_A(T)$ (s)	0,008
$E_R(T)$	0,01
$E_R(T^2)$	0,02
$E_A(T^2)$ (s^2)	0,02

Triangolo 4	
a (m)	0,400
N prova	t(s)
1	11,84
2	11,84
3	11,72
4	11,85
5	11,94
6	11,90
7	11,84
8	11,85
9	11,94
10	11,84
t_m (s)	11,86
T (s)	1,19
T^2 (s^2)	1,41
$E_A(T)$ (s)	0,01
$E_R(T)$	0,01
$E_R(T^2)$	0,02
$E_A(T^2)$ (s^2)	0,03

Triangolo 5	
a (m)	0,500
N prova	t(s)
1	13,25
2	13,12
3	13,10
4	13,09
5	13,16
6	13,31
7	13,15
8	13,34
9	13,34
10	13,22
t_m (s)	13,21
T (s)	1,32
T^2 (s^2)	1,74
$E_A(T)$ (s)	0,01
$E_R(T)$	0,01
$E_R(T^2)$	0,02
$E_A(T^2)$ (s^2)	0,03

Triangolo 6	
a (m)	0,660
N prova	t(s)
1	15,25
2	15,43
3	15,40
4	15,32
5	15,35
6	15,32
7	15,25
8	15,31
9	15,25
10	15,41
t_m (s)	15,33
T (s)	1,533
T^2 (s^2)	2,35
$E_A(T)$ (s)	0,009
$E_R(T)$	0,01
$E_R(T^2)$	0,01
$E_A(T^2)$ (s^2)	0,03

Prendendo in considerazione le diverse formule proposte nel testo:
1) $T = K_1 \cdot a$; 2) $T^2 = K_2 \cdot a$; 3) $T = \dfrac{K_3}{a}$; 4) $T = K_4 \cdot a^2$;
ho messo in relazione i valori del periodo misurati con il lato a dei triangoli in modo da calcolare con le formule inverse i valori delle costanti.

Nella seguente tabella sono elencati i valori delle quattro costanti per i diversi triangoli:

a	T	K_1	K_2	K_3	K_4
(m)	(s)	(s/m)	(s^2/m)	(s·m)	(s/m^2)
0,100	0,595	5,950	3,540	0,0595	59,5
0,200	0,840	4,20	3,53	0,168	21,0
0,300	1,039	3,463	3,598	0,3117	11,54
0,400	1,190	2,98	3,54	0,476	7,44
0,500	1,32	2,64	3,48	0,660	5,28
0,660	1,533	2,323	3,561	1,012	3,519

L'unica costante che rimane approssimativamente uguale al variare del lato del triangolo è la seconda. Calcolando anche gli errori assoluti con la formula

$$E_A(K_2) = [E_R(T^2) + E_R(a)] \cdot K_2$$

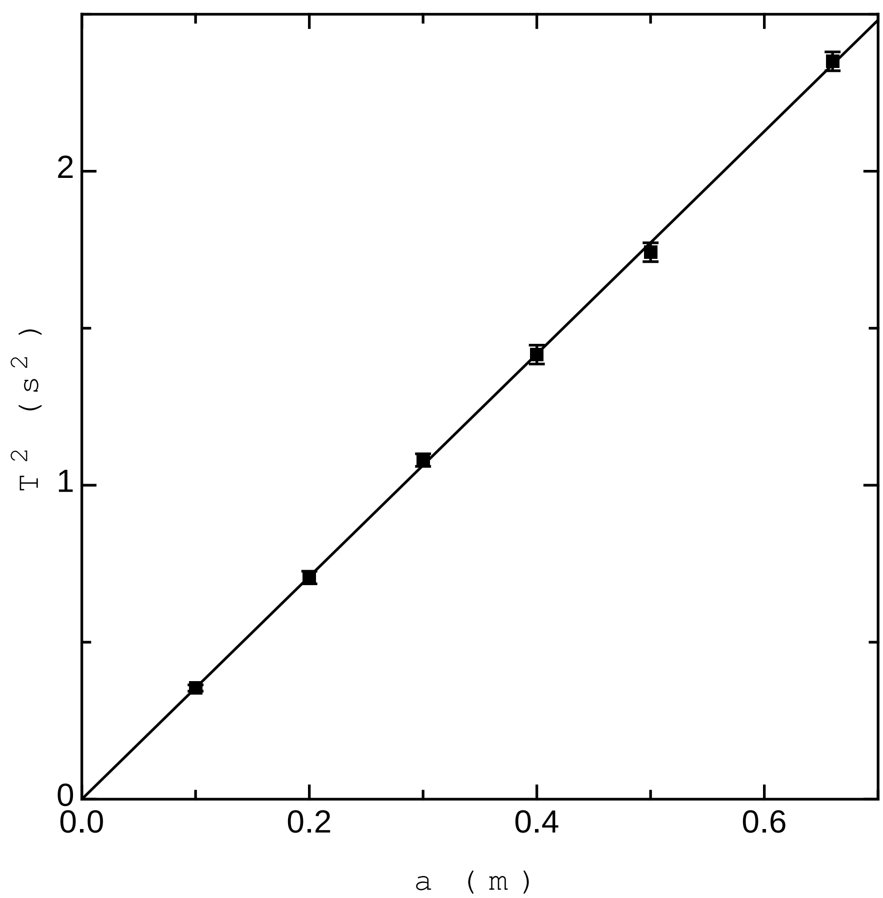
si ottiene la seguente tabella:

$K_2 = T^2/a$	$\mathrm{E}_A(K_2)$
(s^2/m)	(s^2/m)
3,5	0,3
3,5	0,2
3,6	0,1
3,5	0,1
3,48	0,09
3,56	0,07

dalla quale si ricava che i valori di K_2 possono essere considerati costanti entro gli errori sperimentali.

In base a queste considerazioni, si può stabilire che la migliore relazione che descrive i dati sperimentali è la seconda: $T^2 = K_2 \cdot a$.

Rappresentando su un diagramma cartesiano T^2 in funzione di a, si ottiene il seguente grafico:



nel quale si vede come ci sia un sostanziale accordo tra l'ipotesi di diretta proporzionalità delle due grandezze e i risultati sperimentali: la retta uscente dall'origine attraversa tutti gli intervalli di indeterminazione relativi ai 6 punti sperimentali. La retta è stata ottenuta con il metodo dei minimi quadrati utilizzando l'equazione: $y = K_2 \cdot x$; la pendenza della retta è data dal seguente valore:

$$K_2 = (3,55 \pm 0,03)\frac{s^2}{m}$$

mentre, calcolando il valor medio di K_2 dei valori riportati nella tabella precedente, si ottiene:

$$K_2 = (3,53 \pm 0,06)\frac{s^2}{m}$$

dove l'errore assoluto è stato ottenuto, in quest'ultimo caso, con il metodo della semi-dispersione.
Con questo valore di K_2 si può calcolare il lato del triangolo che "batte il secondo":

$$a|_{T=1s} = \frac{T^2}{K_2} = \frac{1^2}{3,53} = (0,283 \pm 0,005)m$$

che risulta in accordo, entro gli errori sperimentali, rispetto al valore teorico previsto ($a = 0,287m$). L'errore assoluto è stato calcolato utilizzando le consuete regole della propagazione degli errori nelle misure indirette.